

---

## Diskrete Strukturen I

---

### 39. Gradgleichheit

Zeigen Sie, daß es in *jedem* Graphen  $G = (V, E)$ ,  $|V| \geq 2$ , zwei Knoten  $x, y \in V$  gibt, mit  $\deg(x) = \deg(y)$ .

### 40. Färbeformel

Zeigen Sie: Ist  $G = (V, E)$  ein  $k$ -regulärer Graph, dann gilt

$$\chi(G) \geq \frac{|V|}{(|V| - k)}.$$

### 41. Baumaussagen

Es sei  $G = (V, E)$  ein Graph mit  $|V| = n$  Knoten und  $|E| = m$  Kanten. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- $G$  ist ein Baum.
- $G$  ist zusammenhängend und es gilt  $m = n - 1$ .
- $G$  ist kreisfrei und es gilt  $m = n - 1$ .
- $G$  ist (kanten-)maximal kreisfrei. (D.h.,  $G$  ist kreisfrei und für alle Kanten  $e \in \binom{V}{2} \setminus E$  enthält der Graph  $(V, E \cup \{e\})$  einen Kreis.)
- $G$  ist (kanten-)minimal zusammenhängend. (D.h.,  $G$  ist zusammenhängend und für alle Kanten  $e \in E$  ist der Graph  $(V, E \setminus \{e\})$  nicht mehr zusammenhängend.)
- Je zwei Knoten aus  $V$  sind in  $G$  durch genau einen Pfad verbunden.

### 42. Baumnachbarschaften

Zeigen Sie, dass jeder Baum  $T = (V, E)$  mit  $\deg(v) \neq 2$  für alle  $v \in V$  und  $|V| \geq 3$  einen Knoten  $v_0 \in V$  enthält, der zu mindestens zwei Blättern benachbart ist.