
Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 17.11.2006 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir betrachten das Einfügen der Schlüssel 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59 in eine Hashtabelle der Länge $n = 11$ unter Verwendung der Hashfunktion $h(k) = k \bmod n$. Veranschaulichen Sie das Ergebnis nach dem Einfügen der einzelnen Schlüssel mit

- (a) Linearem Sondieren
- (b) Double Hashing mit $h'(k) = 1 + (k \bmod (n - 1))$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es sei $U = \{0, 1, \dots, n - 1\}$ für eine Primzahl n . Wir definieren $\mathcal{H} = \{h_\alpha : \alpha \in U^{r+1}\}$, wobei

$$h_\alpha(x) = \sum_{i=0}^r \alpha_i x^i \bmod n \quad \text{für } x \in U.$$

Zeigen Sie, dass \mathcal{H} universell ist.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Die Werte {blau, rot, gelb, schwarz, weiß} sollen in einer Hashtabelle der Größe 4 untergebracht werden. Es seien folgende Hashfunktionen gegeben:

f_1 : blau \mapsto 1	rot \mapsto 1	gelb \mapsto 3	schwarz \mapsto 3	weiß \mapsto 4
f_2 : blau \mapsto 2	rot \mapsto 3	gelb \mapsto 2	schwarz \mapsto 4	weiß \mapsto 4
f_3 : blau \mapsto 1	rot \mapsto 3	gelb \mapsto 3	schwarz \mapsto 1	weiß \mapsto 2
f_4 : blau \mapsto 1	rot \mapsto 4	gelb \mapsto 2	schwarz \mapsto 4	weiß \mapsto 2
f_5 : blau \mapsto 2	rot \mapsto 1	gelb \mapsto 2	schwarz \mapsto 2	weiß \mapsto 4
f_6 : blau \mapsto 3	rot \mapsto 1	gelb \mapsto 1	schwarz \mapsto 4	weiß \mapsto 3
f_7 : blau \mapsto 2	rot \mapsto 2	gelb \mapsto 1	schwarz \mapsto 4	weiß \mapsto 4

Geben Sie für die Familie von Hashfunktionen

$$\mathcal{H}_1 = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}, \quad \mathcal{H}_2 = \{f_4, f_5, f_6, f_7\} \quad \text{und} \quad \mathcal{H}_3 = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7\}$$

jeweils an, ob sie universell ist. Begründen Sie Ihre Aussagen.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Die Pfadlänge P_n eines Binomialbaums B_n sei definiert als die Summe der Level aller seiner Knoten. Leiten Sie eine geschlossene Formel für P_n in Abhängigkeit von n her.