
Algorithmen für die Speicherhierarchie

Abgabetermin: 22.7.2009 vor der Vorlesung

BFS

Aufgabe 1

Zur Erzeugung der BFS-Level aus einem BFS-Baum wurde u.a. eine Eulertour durch den Graphen erzeugt. Die Kanten der Eulertour wurden anschließend mit Gewichten versehen und mittels eines List-Rankings die Prefixsumme an jedem Knoten ermittelt.

Nun soll mit ähnlichem Vorgehen eine In-Order-Traversierung der Knoten eines Baumes erzeugt werden.

Wie lassen sich damit zunächst nur die Blätter eines geordneten Baumes nach ihrer In-Order-Ordnung durchnummerieren? Überlegen Sie sich außerdem ob und wie die Knoten eines (u.U. unvollständigen) Binärbaumes nach In-Order-Layout traversieren werden können.

Aufgabe 2

Der in der Vorlesung vorgeführte Algorithmus zur Berechnung der BFS-Level eines Graphen $G = (V, E)$ hat eine I/O-Komplexität von $\mathcal{O}(|V| + \text{sort}(E))$. Durch einfache Modifikationen kann dieser Algorithmus verwendet werden um die Zusammenhangskomponenten eines Graphen zu bestimmen.

Um den Term $|V|$ in der Laufzeit vernachlässigen zu können, wollen wir einen Graphen $G = (V', E')$ erzeugen mit $|V'| \leq |E|/B$. Dies kann erreicht werden, indem die Anzahl der Knoten vor der Ausführung des Algorithmus reduziert wird: Zunächst wird für jeden Knoten die Kante zu dem Nachbarn mit kleinster ID bestimmt. Durch diese Kanten werden im Graphen Pseudobäume (Bäume, die maximal einen Kreis enthalten können) aufgespannt, welche anschließend zu einem Metaknoten zusammengefasst werden. Hat dabei ein (Meta-)Knoten nur noch eine Kante auf sich selbst, so ist dieser als Zusammenhangskomponente identifiziert und kann entfernt werden.

Damit diese Reduktion nicht deutlich teurer wird als der eigentliche Algorithmus, muss jeder Reduktionsschritt die Anzahl der Knoten stets um einen konstanten Reduktionsfaktor verkleinern.

- a) Beschreiben Sie die nötigen Modifikationen des BFS-Algorithmuses zur Bestimmung der Zusammenhangskomponenten.
- b) Wieviele Pseudobäume können minimal/maximal aus einem zusammenhängenden Graphen mit N Knoten entstehen?

- c) Kann für jeden Graphen durch passendes Nummerieren das Maximum bzw. Minimum an Pseudobäumen erreicht werden? Falls nicht, welche Struktur des Graphen kann diesen Fall erzwingen?
- d) Schätzen Sie die Laufzeit des Reduktionsalgorithmuses ab, bis $|V'| \leq |E|/B$ gilt.