Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Tobias Lieber

Wintersemester 2010/11
Übungsblatt 8
21. Dezember 2010

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

Abgabetermin: 11. Januar 2011 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben seien zwei sortierte Listen der Länge n bzw. m. Geben Sie einen Algorithmus an, der mit $\mathcal{O}(\log(n+m))$ Vergleichen den Median der beiden Listen findet.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Geben Sie ein Verfahren an, das 5 Elemente mit 7 Vergleichen sortiert.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Betrachten Sie folgenden einfachen Algorithmus um das k-kleinste Element einer n-elementigen Menge zu bestimmen. Wir wählen ein Element x und teilen die restlichen Elemente in zwei Mengen, K und G, die die kleineren bzw. größeren Elemente enthalten. Wenn $|K| \geq k$, dann bestimmen wir rekursiv das k-kleinste Element in K, wenn $|K| = k-1$, dann ist x das gesuchte Element, andernfalls bestimmen wir rekursiv das $k - |K| - 1$-kleinste Element in G. Wir gehen davon aus, dass alle Ordnungen gleichwahrscheinlich sind, und dass die Menge nur verschiedene Elemente enthält. Sei $C_{n,k}$ die durchschnittliche Anzahl von Vergleichen, die gebraucht werden, um das k-kleinste Element einer n-elementigen Menge mit dieser Methode zu bestimmen. Zeigen Sie, dass $C_{n,k} = O(n)$.

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Gegeben sei eine unsortierte Menge S von $|S| \geq 2$ paarweise verschiedenen Zahlen. Geben Sie einen Algorithmus an, der zwei verschiedene Zahlen $x, y \in S$ bestimmt, so dass

$$|x - y| \leq \frac{1}{|S|-1} \left(\max_{z \in S} z - \min_{z \in S} z \right)$$

gilt, und dessen Laufzeit (im uniformen Modell) $O(|S|)$ ist.

Beschreiben Sie Ihren Algorithmus sowohl in Worten als auch in Pseudo-Code und analysieren Sie seine Laufzeit.